



**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΠΕΜΠΤΗ 17 ΙΟΥΝΙΟΥ 2021
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)**

(Ενδεικτικές Απαντήσεις)

ΘΕΜΑ Α

A1. Ορισμός σελ. 65

A2. Απόδειξη σελ. 28

A3.

α. ΛΑΘΟΣ

β. ΣΩΣΤΟ

γ. ΛΑΘΟΣ

A4. α. $\left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})' = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$

β. $(x^v)' = vx^{v-1}$

γ. $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$

ΘΕΜΑ Β

B1. Αφού η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $x'x$ σε σημείο με τετμημένη ίση με 1, πρέπει να ισχύει $f(1) = 0 \Leftrightarrow 1 - a + 2 = 0 \Leftrightarrow a = 3$

B2. $g(x) = \frac{f(x)}{x^2-1} = \frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$

άρα πρέπει $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x + 1) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ και $x \neq -1$

επομένως $Ag = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

B3. Παραγοντοποιώντας τον αριθμητή x^2-3x+2 προκύπτει $(x-2)(x-1)$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-2)(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x+1} = -\frac{1}{2}$$

B4. $f'(x) = 2x - 3, f'(0) = -3, f(0) = 2$

$\lambda = f'(0) = -3$ η εξίσωση της ευθείας είναι της μορφής $y = \lambda x + \beta$, αφού $\lambda = -3$ επομένως

$$\varepsilon: y = -3x + \beta$$

το $M(0,2)$ ανήκει στην ευθεία άρα την επαληθεύει επομένως

$$2 = -3 \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = 2$$

άρα η ευθεία που προκύπτει είναι η $\varepsilon: y = -3x + 2$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Έτη υπηρεσίας [,)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα f_i	a_i
[4,8)	6	5	0,1	36°
[8,12)	10	15	0,3	108°
[12,16)	14	10	0,2	72°
[16,20)	18	20	0,4	144°
Σύνολο		50	1	360°

$$x_1 = \frac{4+8}{2} = 6, x_2 = \frac{8+12}{2} = 10, x_3 = \frac{12+16}{2} = 14, x_4 = \frac{16+20}{2} = 18$$

Από το ιστόγραμμα και το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων f_i βρίσκουμε ότι

$$f_1 = 0,1, \quad f_2 = 0,3, \quad f_3 = 0,2, \quad f_4 = 0,4$$

$$v_2 = 0,3 \cdot 50 = 15, \quad v_3 = 0,2 \cdot 50 = 10$$

$$a_2 = 360 \cdot 0,3 = 108^\circ, \quad a_3 = 360 \cdot 0,2 = 72^\circ$$

Γ2. $v_2 + v_3 + v_4 = 15 + 10 + 20 = 45$ εκπαιδευτικοί

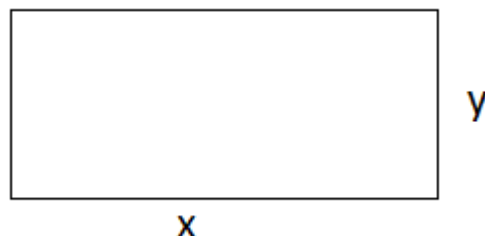
Γ3. $f_1\% + f_2\% + f_3\% = 10\% + 30\% + 20\% = 60\%$

Γ4. Το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με 1

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

$$\begin{aligned} \Pi = 2x + 2y &\Leftrightarrow 80 = 2x + 2y \Leftrightarrow 80 - 2x \\ &= 2y \Leftrightarrow y = 40 - x \end{aligned}$$



Επομένως $E(x) = x \cdot y = x(40 - x) = -x^2 + 40x$

Πρέπει $x > 0, y > 0 \Leftrightarrow 40 - x > 0 \Leftrightarrow x < 40$

Επομένως $0 < x < 40$

Δ2. $E'(x) = -2x + 40, E'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 20$

x	0	20	40
E'	+		-
E'	↗		↘

Για $x \in (0,20]$ η E είναι γνησίως αύξουσα

Για $x \in [20,40)$ η E είναι γνησίως φθίνουσα

Δ3. Για $x=20$ το εμβαδόν του οικοπέδου γίνεται μέγιστο με τιμή

$$E(20) = -20^2 + 40 \cdot 20 = -400 + 800 = 400m^2$$

Δ4. $x_A, x_B \in [20,40)$ όπου η E είναι γνησίως φθίνουσα τότε:

$x_A < x_B \Leftrightarrow E(x_A) > E(x_B)$ επομένως μεγαλύτερο είναι το οικόπεδο με πλευρά $x_A=29,5m$